



ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

ЦЕНТР ДИСТАНЦИОННОГО ОБУЧЕНИЯ И ПОВЫШЕНИЯ  
КВАЛИФИКАЦИИ

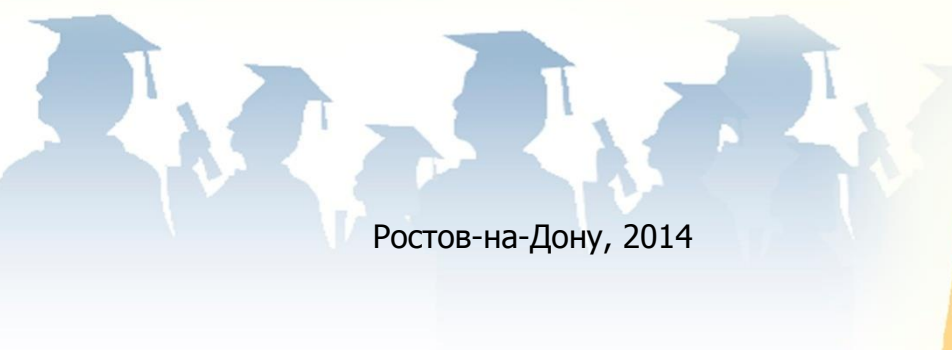
Кафедра «Управление качеством»

## ПРИНЯТИЕ РЕШЕНИЙ НА ОСНОВЕ МЕТОДА АНАЛИЗА ИЕРАРХИЙ

Методические указания к практическим занятиям  
по дисциплине «Теория принятия решений»

Авторы:

Димитров Валерий Петрович  
Борисова Людмила Викторовна



Ростов-на-Дону, 2014



## **Аннотация**

Методические указания предназначены для студентов направления 221700 «Стандартизация и метрология», изучающих дисциплину «Теория принятия решений». Приводятся индивидуальные задания и методика решения задач.

## **Авторы**

Заведующий кафедрой «Управление качеством» ДГТУ  
д.т.н., профессор Димитров Валерий Петрович

Профессор кафедры «Управление качеством» д.т.н.  
Борисова Людмила Викторовна





## ОГЛАВЛЕНИЕ

ЗАДАЧА

ВЫБОРА

ПРОДУКЦИИ

**Ош**

**ибка! Закладка не определена.**

1 СОСТАВЛЕНИЕ СХЕМЫ ИЕРАРХИИ.МОДЕЛЬНЫЙ ПРИМЕР

**Ош**

**ибка! Закладка не определена.**

2 СОСТАВЛЕНИЕ МАТРИЦЫ ПАРНЫХ СРАВНЕНИЙ ДЛЯ УРОВНЯ 6

3 МАТРИЦЫ ПАРНЫХ СРАВНЕНИЙ ДЛЯ УРОВНЯ 9

ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ 12

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА 13

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ .14



## ЗАДАЧА ВЫБОРА ПРОДУКЦИИ

Для иллюстрации основных этапов получения эффективного решения с помощью метода анализа иерархий (МАИ) рассмотрим задачу, имеющую прикладное значение. Для уборки зерновых культур необходимо приобрести зерноуборочный комбайн. На рынке имеются машины четырех фирм: А, В, С, D одинакового целевого назначения. Какой зернокомбайн выбрать в соответствии с потребностями покупателя?

Рекомендуется такая последовательность этапов при решении задачи.

1. Очертите проблему и определите, что вы хотите узнать.
2. Постройте иерархию, начиная с вершины (цели - с точки зрения управления), через промежуточные уровни (критерии, по которым зависят последующие уровни) к самому нижнему уровню (который обычно является перечнем альтернатив).
3. Постройте множество матриц парных сравнений для каждого из нижних уровней - по одной матрице для каждого элемента примыкающего сверху уровня.
4. Используя иерархический синтез для взвешивания собственных векторов весами критериев, вычисляется сумма по всем соответствующим взвешенным компонентам собственных векторов уровня иерархии, лежащего ниже.
5. Интерпретация результатов расчета. Вывод.

## 1 СОСТАВЛЕНИЕ СХЕМЫ ИЕРАРХИИ.МОДЕЛЬНЫЙ ПРИМЕР

В соответствии с планом проведения МАИ проведем декомпозицию и представим задачу в иерархической форме. Схема иерархии для рассматриваемой задачи приведена на рис. 1. Целью построения является получение приоритетов элементов на последнем уровне, наилучшим образом отражающих относительное воздействие на вершину иерархии.

На первом (высшем) уровне находится общая цель: «Зерно-



## Теория принятия решений

комбайн».

На втором уровне находятся четыре показателя (критерия), уточняющие цель, и на третьем (нижнем) уровне находятся машины - кандидаты (варианты решения), которые должны быть оценены по отношению к критериям второго уровня.



Рис. Схема иерархии для решения проблемы выбора зернокомбайна

Замечание 1. В примере на втором уровне рассматриваются пять критериев. Такое количество выбрано для иллюстрации метода и не связано с сутью рассматриваемой проблемы - выбора лучшего зернокомбайна.

Замечание 2. Закон иерархической непрерывности требует, чтобы элементы нижнего уровня иерархии были сравнимы попарно по отношению к элементам следующего уровня и т.д. вплоть до вершины иерархии. Например, надо получить имеющие смысл ответы на вопросы такого типа: насколько комбайн А лучше комбайна В или С по критерию производительности? и т.п.

Замечание 3. Необходимо стараться, чтобы при составлении схемы иерархии быть уверенным, что критерии и альтернативы отражают весь диапазон предпочтений и восприятия участников (лиц принимающих решение).

Замечание 4. Издавна известны магические свойства



## Теория принятия решений

числа семь. В МАИ для проведения обоснованных численных сравнений не рекомендуется сравнивать более чем  $7 \pm 2$  элементов. Если же возникает потребность в расширении уровней 2 и 3, то следует использовать принцип иерархической декомпозиции.

Другими словами если число критериев, например, превышает десятки, то необходимо элементы сгруппировать в сравнимые классы приблизительно из семи элементов в каждом.

## 2 СОСТАВЛЕНИЕ МАТРИЦЫ ПАРНЫХ СРАВНЕНИЙ ДЛЯ УРОВНЯ

После выполнения работ на этапе иерархического представления проблемы необходимо установить приоритеты критериев и оценить каждую из альтернатив по критериям, выявив тем самым предпочтительную из них.

Для определения сравнительной важности критериев в проблемной ситуации необходимо составить матрицу парных сравнений. В общем виде эта матрица представлена в таблице 1.

Таблица 1 – Матрица парных сравнений

	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	Оценки компонент собственного вектора по строкам	Нормализация результата
$A_1$	$\frac{w_1}{w_1}$	$\frac{w_1}{w_2}$	$\frac{w_1}{w_3}$	$\frac{w_1}{w_4}$	$\sqrt[n]{\frac{w_1}{w_1} \cdot \frac{w_1}{w_2} \cdot \frac{w_1}{w_3} \cdot \frac{w_1}{w_4}} = a$	$\frac{a}{a+b+c+d} = X_1$
$A_2$	$\frac{w_2}{w_1}$	$\frac{w_2}{w_2}$	$\frac{w_2}{w_3}$	$\frac{w_2}{w_4}$	$\sqrt[n]{\frac{w_2}{w_1} \cdot \frac{w_2}{w_2} \cdot \frac{w_2}{w_3} \cdot \frac{w_2}{w_4}} = b$	$\frac{b}{a+b+c+d} = X_2$
$A_3$	$\frac{w_3}{w_1}$	$\frac{w_3}{w_2}$	$\frac{w_3}{w_3}$	$\frac{w_3}{w_4}$	$\sqrt[n]{\frac{w_3}{w_1} \cdot \frac{w_3}{w_2} \cdot \frac{w_3}{w_3} \cdot \frac{w_3}{w_4}} = c$	$\frac{c}{a+b+c+d} = X_3$
$A_4$	$\frac{w_4}{w_1}$	$\frac{w_4}{w_2}$	$\frac{w_4}{w_3}$	$\frac{w_4}{w_4}$	$\sqrt[n]{\frac{w_4}{w_1} \cdot \frac{w_4}{w_2} \cdot \frac{w_4}{w_3} \cdot \frac{w_4}{w_4}} = d$	$\frac{d}{a+b+c+d} = X_4$

Здесь  $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$  – множество из  $n$  элементов;  $w_1, w_2, w_3, \dots,$



## Теория принятия решений

$w_n$  – соответственно их веса или интенсивности.

Для проведения субъективных парных сравнений в МАИ предлагается шкала относительной важности таблица 2.

Таблица 2 – Шкала относительной важности

Интенсивность относительной важности	Определение	Объяснения
1	Равная важность	Равный вклад двух видов деятельности в цель
3	Умеренное превосходство одного над другим	Опыт и суждения дают легкое превосходство одному виду деятельности над другим
5	Существенное или сильное превосходство	Опыт и суждения дают сильное превосходство одному виду деятельности над другим
7	Значительное превосходство	Одному виду деятельности дается настолько сильное превосходство, что оно становится практически значительным
9	Очень сильное превосходство	Очевидность превосходства одного вида деятельности над другим подтверждается наиболее сильно
2, 4, 6, 8	Промежуточные решения между двумя соседними суждениями	Принимаются в компромиссном случае

Замечание 1. Цель составления подобной матрицы заключается в определении факторов с наибольшими величинами важности, чтобы затем сконцентрировать внимание на них при решении проблемы или разработке плана действий.

Замечание 2. Если ожидается, что  $w_1, w_2, w_3, \dots, w_n$  неизвестны заранее (а это очень распространенная ситуация), то попарные сравнения элементов производятся с использованием субъективных суждений, численно оцениваемых по шкале, а затем решается проблема нахождения компонент  $w$ .



## Теория принятия решений

Замечание 3. Следует подчеркнуть, что в МАИ по соглашению сравнивается относительная важность левых элементов матрицы с элементами наверху. Поэтому если элемент слева важнее, чем элемент наверху, то в клетку заносится положительное целое (от 1 до 9); в противном случае – обратное число (дробь, например,  $1/5$ ). Относительная важность любого элемента, сравниваемого с самим собой, равна 1; поэтому диагональ матрицы (табл.1) содержит только единицы. Наконец, обратными величинами заполняют симметричные клетки, т.е. если элемент  $A_1$  воспринимается как слегка более важный. (3 на шкале) относительно элемента  $A_2$ , то считается, что элемент  $A_2$  .слегка менее важен. ( $1/3$  по шкале) относительно элемента  $A_1$ .

Если при сравнении одного вида деятельности с другим получено одно из вышеуказанных чисел (например, 3), то при сравнении второго вида деятельности с первым получаем обратную величину (т.е.  $1/3$ ).

В таблице 3 приведены ориентировочные значения рассматриваемых показателей.

Таблица 3 – Примерные значения показателей для различных альтернатив

Показатель	A	B	C	D
Производительность, т/ч	13	21	12	18
Потери зерна, %	2	3	3	3
Наработка, ч	160	119	120	130
Расход топлива, л/ч	29	30	24	27
Стоимость, тыс.руб	900	1100	1050	1200

В соответствии с ранее изложенным, составим матрицу парных сравнений для определения весомости показателей качества (таблица 4). Матрица составляется, если записать сравниваемую цель (или критерий) вверху и переписать сравниваемые элементы слева и сверху.

Таблица 4 – Матрица парных сравнений показателей качества, построенная на основе субъективных суждений

Общее удовлетворение комбайном	Пр.	П.з.	Нар.	Р.т.	Ст.
--------------------------------	-----	------	------	------	-----



### Теория принятия решений

Производительность (Пр.)	1/1	5/1	4/1	5/1	3/1
Потери зерна (П.з.)	1/5	1/1	1/2	2/1	1/2
Наработка (Нар.)	1/4	2/1	1/1	1/1	1/4
Расход топлива (Р.т.)	1/5	1/2	1/1	1/1	1/2
Стоимость (Ст.)	1/3	2/1	4/1	2/1	1/1

## 3 МАТРИЦЫ ПАРНЫХ СРАВНЕНИЙ ДЛЯ УРОВНЯ

В примере требуется составить пять матриц для третьего уровня по отношению к критериям второго уровня.

Таблица 5 – Матрица парных сравнений для критерия КР1

Производительность	A	B	C	D
A	1	13/21	13/12	13/18
B	21/13	1	21/12	21/18
C	12/13	12/21	1	12/18
D	18/13	18/21	18/12	1

Таблица 6 – Матрица парных сравнений для критерия КР2

Потери зерна	A	B	C	D
A	1	3/2	2/2	3/2
B	2/3	1	2/3	3/3
C	2/2	3/2	1	3/2
D	2/3	3/3	2/3	1

Таблица 7 – Матрица парных сравнений для критерия КР3

Наработка	A	B	C	D
A	1	160/119	160/120	160/130
B	119/160	1	119/120	119/130
C	120/160	120/119	1	120/130
D	130/160	130/119	130/120	1

Таблица 8 – Матрица парных сравнений для критерия КР4

Стоимость	A	B	C	D
A	1	1100/900	1050/900	1200/900
B	900/1100	1	1050/1100	1200/1050
C	900/1050	1100/1050	1	1200/1050
D	900/1200	1100/1200	1050/1200	1



## Теория принятия решений

Таблица 9 – Матрица парных сравнений для критерия КР5

Расход топлива	A	B	C	D
A	1	30/29	24/29	27/29
B	29/3	1	24/30	27/30
C	29/24	30/24	1	27/24
D	29/27	30/27	24/27	1

Замечание 1. Объективные данные по показателям, используемых для сравнения комбайнов, можно взять из протоколов испытаний, научной литературы, рекламных проспектов и т.п.

Замечание 2. Если существует шкала сравнений, т.е. имеется некоторый способ измерения, то данные могут использоваться для проведения сравнений; иначе клетки заполняются оценками, полученными в результате субъективных, но продуманных суждений.

Замечание 3. При составлении матриц парных сравнений необходимо учитывать т.н. направленность показателя (прямая и обратная).

### Синтез приоритетов

Из группы матриц парных сравнений формируется набор локальных приоритетов, которые выражают относительное влияние множества элементов на элемент примыкающего сверху уровня.

Одним из способов определения приоритетов является вычисление геометрического среднего. Это можно сделать, перемножая элементы в каждой строке и извлекая корень  $n$ -й степени, где  $n$  – число элементов. Полученный таким образом столбец чисел нормализуется делением каждого числа на сумму всех чисел. Последовательность расчета составляющих вектора приоритетов приведена в таблице 1.

Для данных, приведенных в таблице 4, значения вектора приоритетов будут следующими.

Таблица 10 – Матрица парных сравнений для критериев

Общее удовлетворение комбайном	Вектор приоритетов, $X_i$
Производительность	0,491
Потери зерна	0,099
Наработка	0,104
Расход топлива	0,086



## Теория принятия решений

Стоимость	0,220
-----------	-------

В таблице 11 представлены парные сравнения для третьего уровня иерархии, иллюстрирующие сравнительную желательность вариантов марок зернокомбайнов по отношению к критериям второго уровня.

Таблица 11 – Парные сравнения для третьего уровня

Вариант решения	Вектор приоритетов				
	Производительность	Потери зерна	Расход топлива	Наработка	Стоимость
A	0,203	0,3	0,235	0,302	0,292
B	0,328	0,2	0,228	0,225	0,239
C	0,188	0,3	0,284	0,227	0,250
D	0,281	0,2	0,253	0,246	0,219

### Выявление глобальных приоритетов

Согласно МАИ приоритеты синтезируются, начиная со второго уровня вниз. Локальные приоритеты перемножаются на приоритет соответствующего критерия на вышестоящем уровне и суммируются по каждому элементу в соответствии с критериями, на которые воздействует этот элемент. Пример расчета глобальных приоритетов приведен ниже (таблице 12).

Таблица 12 – Данные для расчета глобальных приоритетов

Вариант решения	Вектор приоритетов				
	Производительность	Потери зерна	Расход топлива	Наработка	Стоимость
	0,491	0,099	0,086	0,104	0,220
A	0,203	0,3	0,235	0,302	0,292
B	0,328	0,2	0,228	0,225	0,239
C	0,188	0,3	0,284	0,227	0,250
D	0,281	0,2	0,253	0,246	0,219

Для варианта A имеем:

$$0,491 \cdot 0,203 + 0,099 \cdot 0,3 + 0,086 \cdot 0,235 + 0,104 \cdot 0,302 + 0,22 \cdot 0,292 = 0,248$$

Таблица 13 – Глобальные приоритеты

Наименование	Значение глобальных приоритетов
--------------	---------------------------------



## Теория принятия решений

A	0,248
B	0,279
C	0,217
D	0,255

Таким образом, наиболее привлекательным вариантом является комбайн В.

## ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

Исходные данные для расчетов представлены в таблице 14. Варианты заданий приведены в таблице 15.

Таблица 14 – Значения частных критериев

№	Модель машины	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	X <sub>4</sub>	X <sub>5</sub>	X <sub>6</sub>	X <sub>7</sub>	X <sub>8</sub>
1	DON_1500	16,25	20,0	3,0	1,25	2,25	81,7	106,0	10,0
2	DOMINATOR_98SL	11,83	24,0	2,0	2,30	0,40	80,5	120,0	5,0
3	FIATAGRI_3600	13,40	21,4	2,0	0,80	1,00	84,0	120,0	5,0
4	M_7720_TITAN11	12,50	25,9	3,0	2,80	6,20	81,0	141,0	5,0
5	DD_8820	20,60	29,5	3,0	0,30	0,70	81,0	119,0	5,0
6	DOMINATOR_68	10,30	14,4	1,7	1,00	2,00	88,0	140,0	5,0
7	KEYS_1660	18,00	27,0	3,0	0,90	3,40	84,0	130,0	5,0
8	DD_1055	10,80	17,5	2,0	1,20	0,30	79,5	150,0	5,0
9	E_516B	3,20	17,0	1,7	1,10	0,70	84,0	223,0	13,0

В таблице 14 приняты следующие обозначения: X<sub>1</sub> – производительность, т/ч; X<sub>2</sub> – расход топлива, л/ч; X<sub>3</sub> – потери зерна за молотилкой, %; X<sub>4</sub> – дробление зерна, %; X<sub>5</sub> – сорная примесь, %; X<sub>6</sub> – уровень шума в кабине, дБ; X<sub>7</sub> – наработка, ч; X<sub>8</sub> – число отказов.

Таблица 15 – Варианты заданий

Вариант	№ модели	Параметры
1	1, 2, 3	X <sub>1</sub> X <sub>2</sub> X <sub>3</sub> X <sub>4</sub>
2	1, 2, 4	X <sub>1</sub> X <sub>2</sub> X <sub>3</sub> X <sub>5</sub>
3	1, 2, 5	X <sub>1</sub> X <sub>2</sub> X <sub>3</sub> X <sub>6</sub>
4	1, 2, 6	X <sub>1</sub> X <sub>2</sub> X <sub>3</sub> X <sub>7</sub>
5	1, 4, 5	X <sub>1</sub> X <sub>2</sub> X <sub>3</sub> X <sub>8</sub>
6	1, 4, 6	X <sub>2</sub> X <sub>3</sub> X <sub>4</sub> X <sub>5</sub>
7	1, 4, 7	X <sub>2</sub> X <sub>3</sub> X <sub>4</sub> X <sub>6</sub>



## Теория принятия решений

8	1, 5, 6	$X_2 X_3 X_7 X_8$
9	1, 5, 7	$X_2 X_3 X_4 X_8$
10	1, 6, 7	$X_2 X_3 X_6 X_7$
11	1, 5, 8	$X_2 X_3 X_5 X_8$
12	1, 5, 9	$X_4 X_5 X_6 X_7$
13	3, 4, 5	$X_4 X_5 X_6 X_8$
14	3, 4, 6	$X_5 X_6 X_7 X_8$
15	3, 4, 7	$X_3 X_4 X_5 X_6$
16	3, 4, 8	$X_3 X_4 X_5 X_7$
17	3, 4, 9	$X_3 X_4 X_5 X_8$
18	4, 5, 6	$X_3 X_4 X_5 X_6$
19	4, 5, 7	$X_3 X_4 X_5 X_7$
20	4, 5, 9	$X_3 X_4 X_5 X_8$
21	4, 5, 8	$X_1 X_4 X_7 X_8$
22	1, 6, 7	$X_1 X_4 X_5 X_8$
23	1, 6, 8	$X_1 X_5 X_7 X_8$
24	1, 8, 9	$X_1 X_6 X_7 X_8$
25	3, 5, 6	$X_3 X_4 X_5 X_7$

## РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Димитров В.П., Борисова Л.В. Введение в теорию принятия решений / В.П. Димитров, Л.В. Борисова. : Ростов н/Д: Издательский центр ДГТУ, 2013 – 85 с.
2. Петровский А.Б. Теория принятия решений / А.Б. Петровский. М.: ИД «Академия», 2009 – 250 с.
3. Системный анализ и принятие решений: учебное пособие / С.А. Баркалов, И.С. Суровцев, А.И. Половинкина ; науч.ред. В.Н. Бурков. – Воронеж : Издательско-полиграфический центр Воронежского государственного университета, 2010. – 652 с.

## ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. Представить последовательность этапов при решении задачи
2. Описать схему иерархии для решения проблемы
3. Что собой представляет матрица парных сравнений
4. Описать шкалу относительной важности